Effetti reali della politica economica dovuti a rigidità dei salari nominali causata da contratti salariali "scaglionati"

10 aprile 2003

Consideriamo la seguente funzione della domanda aggregata (eq.9.12 nel libro) :

$$y_t = (m_t - p_t) - u_t \quad ; \quad u_t = \rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1}$$

dove $u_t$rappresenta un disturbo casuale dal lato della domanda aggregata, generato da un processo stocastico autoregressivo con $|\rho_1| < 1$ e ε_t con media zero, varianza finita e covarianza nulla.

La funzione dell'offerta aggregata sarà invece (eq.9.13 nel libro):

$$y_t = -\frac{1}{2}\left[(w_t - p_t) + (w_{t-1} - p_{t--1})\right] \tag{2}$$

Tenuto conto che i salari nominali contrattati in ciascun periodo sono uguali alle aspettative del livello dei prezzi formulate dai lavoratori al momento in cui hanno contrattato il salario, ovvero (eq. 9.14 nel libro):

$$w_t = E_{t-1}p_t \quad ; \quad w_{t-1} = E_{t-2}p_t \tag{3}$$

possiamo riscrivere la offerta aggregata sostituendo la (3) nella (2):

$$y_t = \frac{1}{2}\left[(p_t - E_{t-1}p_t) + (p_t - E_{t-2}p_t)\right] \tag{4}$$

ottenendo una particolare funzione di offerta con "sorpresa" (eq. 9.13' nel libro).

Per determinare il valore di equilibrio del reddito, bisogna uguagliare domanda (1) e offerta (4):

$m_t - p_t - u_t = \frac{1}{2}\left[(p_t - E_{t-1}p_t) + (p_t - E_{t-2}p_t)\right]$

$2p_t = m_t + \frac{1}{2}\left(E_{t-1}p_t + E_{t-2}p_t\right) - u_t$

$$p_t = \left[\frac{1}{2}m_t + \frac{1}{2}\left(E_{t-1}p_t + E_{t-2}p_t\right) - u_t\right] \tag{5}$$

corrispondente all'eq.9.15 del libro.

Per esprimere questa relazione in termini di variabili correnti, bisogna trovare delle espressioni per l'aspettativa del prezzo al tempo t-1 e t-2. Facendo uso dell'ipotesi di aspettative razionali, e ricordando che $E_{t-2}\left(E_{t-1}p_t\right) = E_{t-2}p_t$, possiamo procedere calcolando l'aspettativa della (5) al tempo t-2 e t-1.

$E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}\left[E_{t-2}m_t + \frac{1}{2}E_{t-2}p_t + \frac{1}{2}E_{t-2}p_t - E_{t-2}u_t\right]$

$E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}\left[E_{t-2}m_t + E_{t-2}p_t - E_{t-2}u_t\right]$

$\frac{1}{2}E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}\left[E_{t-2}m_t - E_{t-2}u_t\right]$

$$E_{t-2}p_t = \left[E_{t-2}m_t - E_{t-2}u_t\right] \tag{6}$$

che corrisponde all'eq.9.16 del libro;

$E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}\left[E_{t-1}m_t + \frac{1}{2}E_{t-1}p_t + \frac{1}{2}E_{t-2}p_t - E_{t-1}u_t\right]$

$\frac{3}{4}E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}E_{t-1}m_t + \frac{1}{4}\left(E_{t-2}m_t - E_{t-2}\right)u_t - \frac{1}{2}E_{t-1}u_t$

$$E_{t-1}p_t = \frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t - \frac{2}{3}E_{t-2}u_t - \frac{2}{3}E_{t-1}u_t \tag{7}$$

corrispondente all'eq.9.17.

I termini delle "sorprese" nei prezzi, considerando la (5), (6) e (7) possono essere riformulati in questo modo:
$p_t - E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}m_t + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t - \frac{2}{3}E_{t-1}u_t - \frac{1}{3}E_{t-2}u_t\right) + \frac{1}{2}\left(E_{t-2}m_t - E_{t-2}u_t\right) - u_t\right]$
$-E_{t-2}m_t + E_{t-2}u_t$

$$p_t - E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}m_t + \frac{1}{6}E_{t-1}m_t + \frac{1}{12}E_{t-2}m_t - \frac{1}{6}E_{t-1}u_t - \frac{1}{12}E_{t-2}u_t + \frac{1}{4}E_{t-2}m_t - \frac{1}{4}E_{t-2}u_t - \frac{1}{2}u_t - E_{t-2}m_t + E_{t-2}u_t \tag{8}$$

$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}\left(m_t + \frac{1}{2}E_{t-1}p_t + \frac{1}{2}E_{t-2}p_t - u_t\right) - \left(\frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t - \frac{2}{3}E_{t-2}u_t - \frac{1}{3}E_{t-1}u_t\right)$

$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}\left[m_t + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t - \frac{2}{3}E_{t-1}u_t - \frac{1}{3}E_{t-2}u_t\right) + \frac{1}{2}\left(E_{t-2}m_t - E_{t-2}u_t\right) - u_t\right]$
$-\left(\frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t - \frac{2}{3}E_{t-2}u_t - \frac{2}{3}E_{t-1}u_t\right)$

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}m_t + \frac{1}{6}E_{t-1}m_t + \frac{1}{12}E_{t-2}m_t - \frac{1}{6}E_{t-1}u_t - \frac{1}{12}E_{t-2}u_t + \frac{1}{4}E_{t-2}m_t - \frac{1}{4}E_{t-2}u_t - \frac{1}{2}u_t - \frac{2}{3}E_{t-1}m_t - \frac{1}{3}E_{t-2} \tag{9}$$

Sommando la (8) e la (9), i termini sul lato destro si semplificano in questo modo:

- termini in m$_t$: $\frac{1}{2}m_t + \frac{1}{2}m_t = m_t$
- termini in $E_{t-1}m_t$: $\frac{1}{6}E_{t-1}m_t + \frac{1}{6}E_{t-1}m_t - \frac{2}{3}E_{t-1}m_t = -\frac{1}{3}E_{t-1}m_t = -\frac{1}{3}m_t$ ipotizzando che la politica monetaria al tempo t dipende dalle informazioni disponibili al tempo t-1 ($E_{t-1}m_t = m_t$)
- termini in $E_{t-2}m_t$: $\frac{1}{12}E_{t-2}m_t + \frac{1}{4}E_{t-2}m_t - E_{t-2}m_t + \frac{1}{12}E_{t-2}m_t + \frac{1}{4}E_{t-2}m_t - \frac{1}{3}E_{t-2}m_t = -\frac{2}{3}E_{t-2}m_t$
- termini in u_t : $-\frac{1}{2}u_t - \frac{1}{2}u_t = -u_t$
- termini in $E_{t-1}u_t$: $-\frac{1}{6}E_{t-1}u_t - \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{2}{3}E_{t-1}u_t = \frac{1}{3}E_{t-1}u_t$

- termini in $E_{t-2}u_t$: $-\frac{1}{12}E_{t-2}u_t - \frac{1}{4}E_{t-2}u_t + E_{t-2}u_t - \frac{1}{12}E_{t-2}u_t - \frac{1}{4}E_{t-2}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t = \frac{2}{3}E_{t-2}u_t$

Tenuto conto di queste semplificazioni, il livello di equilibrio della produzione (4) può essere riscritto come:

$y_t = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}m_t - \frac{2}{3}E_{t-2}m_t - u_t + \frac{1}{3}E_{t-1}u_t + \frac{2}{3}E_{t-2}u_t\right]$

$$y_t = \frac{1}{3}\left(m_t - E_{t-2}m_t\right) - \frac{1}{2}u_t + \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t \tag{10}$$

che corrisponde all'eq.9.18 nel libro di testo.

Per eliminare il termine della "sorpresa" della politica monetaria dobbiamo introdurre una regola di politica monetaria. A questo riguardo, possiamo supporre che l'autorità di politica monetaria determini l'offerta di moneta in modo da contrastare gli shock dal lato della domanda:

$$m_t = a_1u_{t-1} + a_2u_{t-2} + a_3u_{t-3} + \ldots \tag{11}$$

che può anche essere riscritta:
$m_t = \sum_{i=1}^{\infty} a_iu_{t-i}$

$$m_t = a_1u_{t-1} + \sum_{i=2}^{\infty} a_iu_{t-i} \tag{12}$$

Prima di procedere oltre, osserviamo alcune caratteristiche del processo stocastico u_t. Dato:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t \tag{13}$$

Sarà:

$u_{t-1} = \rho_1 u_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$
$u_t = \rho_1\left(\rho_1 u_{t-2} + \varepsilon_{t-1}\right) + \varepsilon_{t-1} = \rho_1^2 u_{t-2} + \rho_1\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
$E_{t-1}u_t = \rho_1 u_{t-1}$
$E_{t-2}u_t = \rho_1^2 u_{t-2}$
$u_t - \rho_1 u_{t-1} = \varepsilon_t$
$u_{t-1} - \rho_1 u_{t-2} = \varepsilon_{t-1}$

In base a queste proprietà la (11b) può essere scritta come:

$$m_t = a_1\rho_1 u_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} a_iu_{t-i} \tag{14}$$

per cui (eq. 9.19 nel libro):

$$E_{t-2}m_t = a_1\rho_1 u_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} a_iu_{t-i} \tag{15}$$

Tenuto conto della (14) e della (15) il termine della "sorpresa" nella politica monetaria si può scrivere nel modo seguente:

$m_t - E_{t-2}m_t = a_1 u_{t-1} + \sum_{i=2}^{\infty} a_i u_{t-i} - a_1 \rho_1 u_{t-2} - \sum_{i=2}^{\infty} a_i u_{t-i}$

$m_t - E_{t-2}m_t = a_1 \left(u_{t-1} - \rho_1 u_{t-2}\right)$

e utilizzando le proprietà de processo stocastico (13) può essere riformulato come l'eq.9.20 nel libro:

$$m_t - E_{t-2}m_t = a_1 \varepsilon_{t-1} \tag{16}$$

Inoltre, tenendo sempre conto delle precedenti proprietà, i termini in u_t che compaiono sul lato destro della (10) possono essere espressi nel modo seguente:

$-\frac{1}{2}u_t + \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t = -\frac{1}{2}\left(\rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t\right) + \frac{1}{6}\rho_1 u_{t-1} + \frac{1}{3}\rho_1^2 u_{t-2}$

$-\frac{1}{2}u_t + \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t = -\frac{1}{2}\varepsilon_t - \frac{1}{3}\rho_1 u_{t-1} + \frac{1}{3}\rho_1^2 u_{t-2}$

$-\frac{1}{2}u_t + \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t = -\frac{1}{2}\varepsilon_t - \frac{1}{3}\rho_1\left(u_{t-1} - \rho_1 u_{t-2}\right)$

$$-\frac{1}{2}u_t + \frac{1}{6}E_{t-1}u_t + \frac{1}{3}E_{t-2}u_t = -\frac{1}{2}\varepsilon_t - \frac{1}{3}\rho_1 \varepsilon_{t-1} \tag{17}$$

Usando i risultati (16) e (17) possiamo riscrivere il livello di equilibrio della produzione (10) in questo modo:

$y_t = \frac{1}{3}a_1 \epsilon_{t-1} - \frac{1}{2}\varepsilon_t - \frac{1}{3}\rho_1 \varepsilon_{t-1}$

cioè (eq. 9.21 nel libro)

$$y_t = -\frac{1}{2}\varepsilon_t + \frac{1}{3}\varepsilon_{t-1}\left(a_1 - \rho_1\right) \tag{18}$$